Esercizio: Derivabilità

$$f(x) = \begin{cases} -e^{x^2-x}, & x \geq 0 \\ x^2 + (a+2b-1)x + (2a-b+3), & x < 0 \end{cases}$$

Per quali valori di a e b è derivabile in $x=0$?

$$f'_+(0) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h) - \overbrace{f(0)}^{(-1)}}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{-e^{h^2-h}+1}{h} =$$

$$\overset{(H)}{=} \lim_{h\to 0^+} -e^{h^2-h}\cdot(2h-1) = -e^0\cdot(-1) = +1$$

$$f'_-(0) = \lim_{h\to 0^-} \frac{h^2+(a+2b-1)h+2a-b+3+1}{h} =$$

Per essere derivabile deve essere anche continua

$$f(0) = -e^0 = -1$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (-e^{x^2-x}) = -1$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 2a-b+3$$

$$\Rightarrow \text{Deve essere } \boxed{2a-b+3=-1}$$

$\Rightarrow$ torno al calcolo della derivata sx sfruttando la condizione necessaria per la derivabilità.

$$f'_-(0) = \lim_{h \to 0^-} \frac{h^2 + (a+2b-1)h + \cancel{\overbrace{2a-b+3}^{=-1\,!!}} \cancel{+1}}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0^-} \frac{\cancel{h}\left[h + (a+2b-1)\right]}{\cancel{h}} = a+2b-1$$

$\Rightarrow$ Deve essere: $f'_+(0) = f'_-(0)$

$$a+2b-1 = 1$$

$$\begin{cases} a+2b-1 = 1 \\ 2a-b+3 = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow a+2b = 2 \Rightarrow a = 2-2b$

$4-4b-b+3 = -1$

$+5b = +8$

$\Downarrow$

$b = 8/5$

$a = 2 - 16/5$

$a = -6/5$

Es. Compito 11/9/14

5) funzione di Domanda

$$D(p) = \begin{cases} 3 + \frac{10}{p} - p, & p \in (0,5] \\ 0 & p > 5 \end{cases}$$

$\pi \equiv R$ per $\forall p$

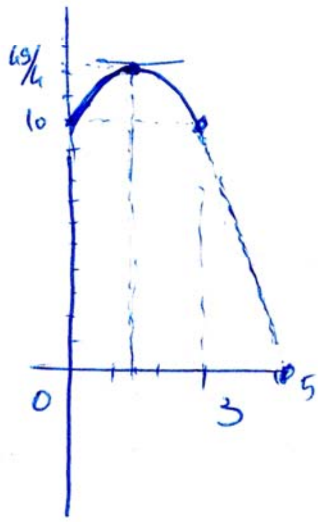
Costi $= 0$

$R = p \cdot D \longrightarrow$ max π

con vincolo $p \leq 3$

La funzione da massimizzare è:

$$\pi = p\left(3 + \frac{10}{p} - p\right), \quad p \in (0,3]$$



$$\pi = 3p + 10 - p^2$$

$$\pi = -p^2 + 3p + 10$$

Parabola con concav. vs il basso

e Vertice nel punto $\left(\frac{3}{2}, \frac{49}{4}\right)$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = +\frac{3}{2}$$

$$y_v = -\frac{9}{4} + 3 \cdot \frac{3}{2} + 10 = \frac{49}{4}$$

$\Rightarrow$ Il max profitto si ha per $p = 3/2$ e vale $\frac{49}{4}$

Sarebbe lo stesso anche senza il vincolo $p \leq 3$.

Es. Compito 12/1/15

ESERCIZIO 6. (7 punti) Una catena di alberghi vende uno stesso pasto a prezzi diversi in due diversi mercati. Siano p_1, e p_2 i prezzi e le quantità relativi ai mercati 1 e 2, rispettivamente. Una legge impone che il prezzo sia minore o uguale a 4. In ciascun mercato, le funzione di domanda, che associano a ciascun prezzo la quantità domandata, sono

$$d_1 : [0,4] \to \mathbb{R}, \quad d_1(p_1) = 8 - 2p_1$$

e

$$d_2 : [0,4] \to \mathbb{R}, \quad d_2(p_2) = 6 - p_2.$$

La funzione di costo totale della produzione di una quantità q di pasti è la stessa in entrambi i mercati ed è la seguente:

$$c : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}, \quad c(q) = 1, \text{ per ogni } q \in \mathbb{R}_+.$$

Dunque la funzione di profitto totale nel mercato 1 è

$$\pi_1 : [0,4] \to \mathbb{R}, \quad \pi_1(p_1) = p_1 \cdot d_1(p_1) - 1,$$

e, analogamente, la funzione di profitto totale nel mercato 2 è

$$\pi_2 : [0,4] \to \mathbb{R}, \quad \pi_2(p_2) = p_2 \cdot d_2(p_2) - 1.$$

1) Si calcolino i prezzi p_1^* e p_2^* che massimizzano il profitto nel mercato 1 e nel mercato 2, rispettivamente.

Si supponga ora che l'autorità locale di politica economica discuta una nuova normativa secondo la quale la catena di alberghi è costretta a vendere il pasto allo stesso prezzo p sui due mercati. Sia $p \in [0,4]$ descritto dalla seguente funzione di domanda globale sui due mercati:

$$d : [0,4] \to \mathbb{R}, \quad d(p) = 14 - 3p.$$

In tal caso il profitto da massimizzare è il seguente:

$$\pi : [0,4] \to \mathbb{R}, \quad \pi(p) = p \cdot d(p) - 2.$$

2) Si dica se, coerentemente con l'obbiettivo di massimizzare il profitto, i responsabili della catena di alberghi sono favorevoli alla nuova normativa.

Es 6 $\quad (P \leq 4)$

Mercato 1 $\quad p_1 \quad ; \quad d_1 : [0,4] \to \mathbb{R}$ funz. di Domanda

$d_1(p_1) = 8 - 2p_1$

Mkt 2 $\quad p_2$

$d_2 : [0,4] \to \mathbb{R}$

$d_2(p_2) = 6 - p_2$

funz. di Costo x entrambi i mkt $\quad c : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$

$c(q) = 1 \quad \forall q \in \mathbb{R}_+$

q = quantità pasti

$$\pi = R - C$$
$$= P \cdot Q_D - C$$

PROFITTO

$$\pi_1 : [0,4] \to \mathbb{R}$$
$$\pi_1(p_1) = p_1 \cdot d_1(p_1) - 1$$

$$\pi_2 : [0,4] \to \mathbb{R}$$
$$\pi_2(p_2) = p_2 \cdot d_2(p_2) - 1$$

1) Cal. i prezzi che massimizzano i 2 profitti:

$$\pi_1 = p_1 \cdot (8 - 2p_1) - 1 = 8p_1 - 2p_1^2 - 1$$

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 8 - 4p_1 \Rightarrow \frac{d\pi_1}{dp_1} = 0 \quad \text{per } p_1^* = 2 \text{ (ok)}$$

$$\pi_{1max} = \pi_1(p_1^*) = 7$$

$$\pi_2 = p_2 \cdot (6 - p_2) - 1$$

$$\pi_2 = 6p_2 - p_2^2 - 1 \Rightarrow \pi_2' = 6 - 2p_2 \nearrow p_2^* = 3 \text{ (ok)}$$
$$\pi_{2max} = 8.$$

2) Supp. $\to$ Stesso prezzo $p_1 = p_2 = p$

$$p \in [0,4]$$

Dom. globale
sui 2 mkt

$$d : [0,4] \to \mathbb{R}$$
$$d(p) = 14 - 3p$$

$$\pi : [0,4] \to \mathbb{R}$$

$$\pi(p) = p \cdot d(p) - 2$$

$$\Downarrow$$

$$\pi = p\cdot(14-3p) - 2$$

$$= 14p - 3p^2 - 2$$

$$\pi' = 14 - 6p$$

$$\pi' = 0 \Rightarrow p^* = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \quad \text{(ok)} \in [0,4] \quad (7/3 = 2,\bar{3}).$$

Profitto globale ottimo

$$\pi_{max} = 14\cdot\frac{7}{3} - \cancel{3}\cdot\frac{49}{\cancel{9}_3} - 2 =$$

$$= \frac{98 - 49 - 6}{3} = \frac{43}{3} \ (= 14,\bar{3})$$

Con prezzi diversi:
il prof. tot globale ottimo è $7 + 8 = 15$
Nel caso di prezzo unico $\Rightarrow$ il $\pi_{TOT} < 15$

Non sono favorevoli alla nuova legge !!

Es. Compito 9/2/15

$\boxed{6}$ Individuo lavora per x ore al giorno, $x \in [0,8]$

Ottiene un bene, la cui quantità è descritta dalla funz. $g: [0,8] \to \mathbb{R}$, $g(x) = 64\sqrt{x}$.

Vuole max la propria utilità $v(x)$ data dalla quantità del bene meno il quadrato del tempo trascorso, con

$$v: [0,8] \to \mathbb{R} \quad , \quad v(x) = 64\sqrt{x} - 2x^2$$

a) Possiamo affermare che esiste certamente un pt di max ass. per v?

sì, per il teor. di Weierstrass:

$v(x)$ continua in $[0,8]$ perchè somma di funz. continue

$\Rightarrow$ ammette max e min assoluto

b) calcolare la quant. di lavoro che massimizza $v(x)$.

$$v'(x) = \overset{32}{\cancel{64}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}} - 4x$$

$$v'(x) = 0 \Rightarrow \frac{32}{\sqrt{x}} - 4x = 0 \Rightarrow \frac{8}{\sqrt{x}} - x = 0$$

$$\frac{8 - x\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\Rightarrow x\sqrt{x} = 8 \Rightarrow x^{3/2} = 8$$

$$x = 8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4h$$

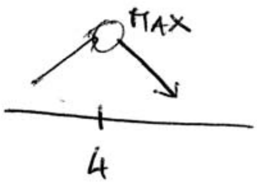
$v'(x) > 0$

$\Downarrow$

$8 - x\sqrt{x} > 0$

$\sqrt{x^3} < 8 \Rightarrow x^3 < 64$

$x < \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = 4$



per $0 < x < 4$ la funz. cresce $\Rightarrow$ per $x = 4h$ si ha un MAX rel e Assoluto.

$v(4) = 96$; $(v(0) = 0$; $v(8) = 128\sqrt{2} - 128 \simeq 53)$

Es n°61 (Eserciziario)

Siano $f(n) = \frac{2n+1}{3n}$; $g(n) = \frac{2n+n^2}{3n}$

$h(n) = 3+(-1)^n$; $l(n) = (-2)^n \frac{1}{n^2}$

di ciascuna successione stabilire

1) se sia limitata superiormente e inferiormente

(a) $f(n) = \frac{2n+1}{3n} = \frac{2\cancel{n}}{3\cancel{n}} + \frac{1}{3n} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3n}$

$$\underset{\lim_{n\to+\infty} a_n}{\frac{2}{3}} < f(n) \leq \underset{(n=1)}{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}$$

$\frac{2}{3} < f(n) \leq 1 \Rightarrow$ è limitata

(b) $g(n) = \frac{2n+n^2}{3n} = \frac{2}{3} + \underbrace{\frac{n}{3}}_{>0}$

$g(n) > \frac{2}{3} \quad \forall n$

è limitata inferiormente

ma $g(n) > \frac{n}{3}$ e $\lim_{n\to+\infty} \frac{n}{3} = +\infty$

$\Rightarrow$ per il teor. del confronto $\lim_{n\to+\infty} g(n) = +\infty$

$\Rightarrow$ è illimitata superiormente.

$\boxed{c}$ $h(n) = 3 + (-1)^n$ → Se n è pari $(-1)^n = +1$ $\Rightarrow h(n) = 4$

→ Se n è dispari $\Rightarrow h(n) = 2$
$(-1)^n = -1$

$\Downarrow$

$h(n)$ assume solo 2 valori.
$\{2 ; 4\}$ alternativamente.

$\Rightarrow h(n)$ è limitata superiorm. e inferiormente

$\boxed{d}$ $\ell(n) = (-2)^n \cdot \frac{1}{n^2}$

Ricordo che:
$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$
Binomio di Newton.

$$2^n = (1+1)^n =$$

$$= \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} =$$

$$= 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} + \{\ldots\} + 1 >$$

$$> 2 + n + \frac{n^2 - n}{2} + \frac{(n^2-n)(n-2)}{6} =$$

$$= 2 + \frac{6n + \cancel{3n^2} - 3n + n^3 - \cancel{2n^2} - \cancel{n^2} + 2n}{6}$$

$$= 2 + \frac{5}{6}n + \frac{n^3}{6}.$$

$$\ell(n) = \begin{cases} 2^n \cdot \frac{1}{n^2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ -\frac{2^n}{n^2}, & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

× teor. confr.
illimitata
$\nearrow$ superior.

$\boxed{n \text{ pari}}$ $\ell(n) = \frac{2^n}{n^2} > \frac{2}{n^2} + \frac{5}{6n} + \frac{n}{6} > \frac{n}{6}$

$\boxed{n \text{ dispari}}$

$$l(n) = -\frac{2^n}{n^2} < -\frac{2}{n^2} - \frac{5}{6n} - \frac{n}{6} < -\frac{n}{6}$$

x teor. del Confr. $\Rightarrow$ illimitata inferiormente

2) Se monotona

a) $f(n) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3n}$

↳ decresce $\Rightarrow$ f è decrescente strettam.

b) $g(n) = \frac{2}{3} + \frac{n}{3}$

↳ cresce $\Rightarrow$ g è strettam. crescente

c) $h(n) = 3 + (-1)^n = \begin{cases} 4, & n \text{ è pari} \\ 2, & n \text{ è dispari} \end{cases}$

d) $l(n) = (-2)^n \cdot \frac{1}{n^2} = \begin{cases} \frac{2^n}{n^2}, & n \text{ pari} \\ -\frac{2^n}{n^2}, & n \text{ dispari} \end{cases}$

h e l oscillano
$l(n)$ assume alternativam. valori posit. e val. negativi

$\Rightarrow$ $h(n)$ e $l(n)$ non sono monotone

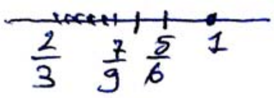
3) 4) Estremi sup e inf. ed eventuali max/min

$\sup f(n) = 1 = \max$	$\inf f(n) = 2/3$, $\nexists \min$ (*)
$\sup g(n) = +\infty$, $\nexists \max$	$\inf g(n) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 = \min$
$\sup h(n) = 4 = \max$	$\inf h(n) = 2 = \min$
$\sup l(n) = +\infty$, $\nexists \max$	$\inf l(n) = -\infty$, $\nexists \min$

(*) Dimostriamo che $\sup f = 1$

1) 1 è maggiorante infatti $f(n) \leq 1 \ \forall n$

2) $\forall \varepsilon > 0$ $(1-\varepsilon)$ non è maggiorante, ovvero esiste almeno un n per cui $f(n) > 1-\varepsilon$



($\Rightarrow$ Basta prendere infatti $n = 1$)

In generale: $\frac{2}{3} + \frac{1}{3n} > 1 - \varepsilon$

$$\frac{2n+1}{3n} - 1 + \varepsilon > 0$$

$$\frac{2n+1-3n+3\varepsilon n}{3n} > 0$$

$\Downarrow$ Den $> 0 \ \forall n$

$$-n + 1 + 3\varepsilon n > 0$$

$$n\underbrace{(3\varepsilon - 1)}_{(<0,\ \varepsilon < 1/3)} > -1$$

$$n(1-3\varepsilon) < 1$$

$$n < \frac{1}{1-3\varepsilon}$$

$\inf f = 2/3$, infatti

1) $2/3$ è un minorante $\rightarrow f(n) \geq 2/3 \ \forall n$

2) $\left(\frac{2}{3} + \varepsilon\right)$ non è un minorante $(\forall \varepsilon > 0)$

$\Rightarrow \exists\, f(n) > \frac{2}{3} + \varepsilon$

$$\cancel{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3n} > \cancel{\frac{2}{3}} + \varepsilon$$

$$3n < \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n < \frac{1}{3\varepsilon}.$$

Comunque si scelga ε posit. piccolo a piacere tutti i termini che si ottengono assumendo $n < 1/3\varepsilon$ risultano magg. di $(2/3 + \varepsilon)$

Es 192 (Eserciziario)

Tramite il teor del confronto dimostrare che:

i) $\lim_{x\to 0} x \operatorname{sen}\frac{1}{x}$

$$0 \leq \left|x \operatorname{sen}\frac{1}{x}\right| = |x|\cdot\left|\operatorname{sen}\frac{1}{x}\right| \leq |x| \to 0$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x\to 0}\left|x \operatorname{sen}\frac{1}{x}\right| = 0$$

$$\parallel$$

$$\left|\lim_{x\to 0}\left(x \operatorname{sen}\frac{1}{x}\right)\right| = 0 \Rightarrow \lim_{x\to 0}\left(x \operatorname{sen}\frac{1}{x}\right) = 0$$

ii) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\operatorname{sen} x - x/2}{x} =$

$$= \lim_{x\to +\infty}\frac{\operatorname{sen} x}{x} - \lim_{x\to +\infty}\frac{x/2}{x} =$$

$$= \lim_{x\to +\infty}\frac{\operatorname{sen} x}{x} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

$$0 \leq \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right| \leq \left|\frac{1}{x}\right| \to 0$$

per il teor. del confronto

$$\lim \left|\frac{\operatorname{sen} x}{x}\right| = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 0$$

Es. n° 93 (Eserciziario)

Calcolare le radici dell'equaz. $ax^2+bx+c=0$ quando $a \to 0$, mentre b e c sono fissati.

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\lim_{a\to 0} x_{1,2} = \lim_{a\to 0} \frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a} = \lim_{a\to 0} \frac{-b \pm |b|}{2a}$$

Se $\boxed{b>0}$ si ha:

$$\lim_{a\to 0} x_1 = \lim_{a\to 0} \frac{-b-b}{2a} = \lim_{a\to 0^\pm} \frac{-2b}{2a} = \mp\infty$$

$$\lim_{a\to 0} x_2 = \lim_{a\to 0} \frac{-b+b}{2a} = \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$= \lim_{a\to 0} \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdot \frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{b+\sqrt{b^2-4ac}} =$$

$$= \lim_{a\to 0} \frac{\cancel{-b^2}+\cancel{b^2}-4ac}{2a\left(b+\sqrt{b^2-4ac}\right)} = \lim_{a\to 0} \frac{-4ac}{2a\left(b+|b|\right)} =$$

$$= \lim_{a\to 0} -\frac{\cancel{4a}c}{\cancel{2a}\cdot\cancel{2}b} = -\frac{c}{b}.$$

Se $b<0 \Rightarrow |b| = -b$

$$\lim_{a\to 0} x_1 = \lim_{a\to 0} \frac{-b-|b|}{2a} = \lim_{a\to 0} \frac{-b+b}{2a} = \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$= \lim_{a\to 0} \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdot \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{-b+\sqrt{b^2-4ac}} =$$

$$= \lim_{a\to 0} \frac{\cancel{+b^2}-\cancel{b^2}+4ac}{2a(-b+|b|)} = \lim_{a\to 0} \frac{4ac}{2a(-b-b)} =$$

$$= \lim_{a\to 0} \frac{\cancel{4a}c}{-\cancel{4a}b} = -c/b$$

$$\lim_{a\to 0} x_2 = \lim_{a\to 0} \frac{-b+|b|}{2a} = \lim_{a\to 0^\pm} \frac{-\cancel{2}b}{\cancel{2}a} = \pm\infty$$

Se $\boxed{b=0}$

$\Downarrow$

$$ax^2+c=0 \Rightarrow x^2 = -c/a \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$\uparrow$

deve essere

$-c/a \geq 0 \Rightarrow ac \leq 0$

Se $c \neq 0$ $\quad \lim_{a\to 0} x_{1,2} = \pm\infty$

Se $c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 0 \Rightarrow \lim_{a\to 0} x_{1,2} = 0.$

Studio di funzione

(1

$y = e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x$

Dominio : $\mathbb{R}$

Né pari, né dispari $\quad f(-x) = e^{x} \operatorname{sen}(-x) = -e^{x} \cdot \operatorname{sen} x$

Int. asse $y \Rightarrow (x=0) \Rightarrow y = e^{0} \operatorname{sen} 0 = 1 \cdot 0 = 0$

Int. asse $x \rightarrow (y=0)$ Passa per l'origine

$0 = e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x \Rightarrow \operatorname{sen} x = 0$

$x = k\pi.$

Segno di $f(x)$

$e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x > 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x > 0 \Rightarrow 2k\pi < x < \pi + 2k\pi$

$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x = 0$

$\lim_{x \to -\infty} \underset{\substack{\downarrow \\ (+\infty)}}{e^{-x}} \cdot \operatorname{sen} x$ $\nexists$, perché assume valori pos. e neg. compiendo oscillazioni

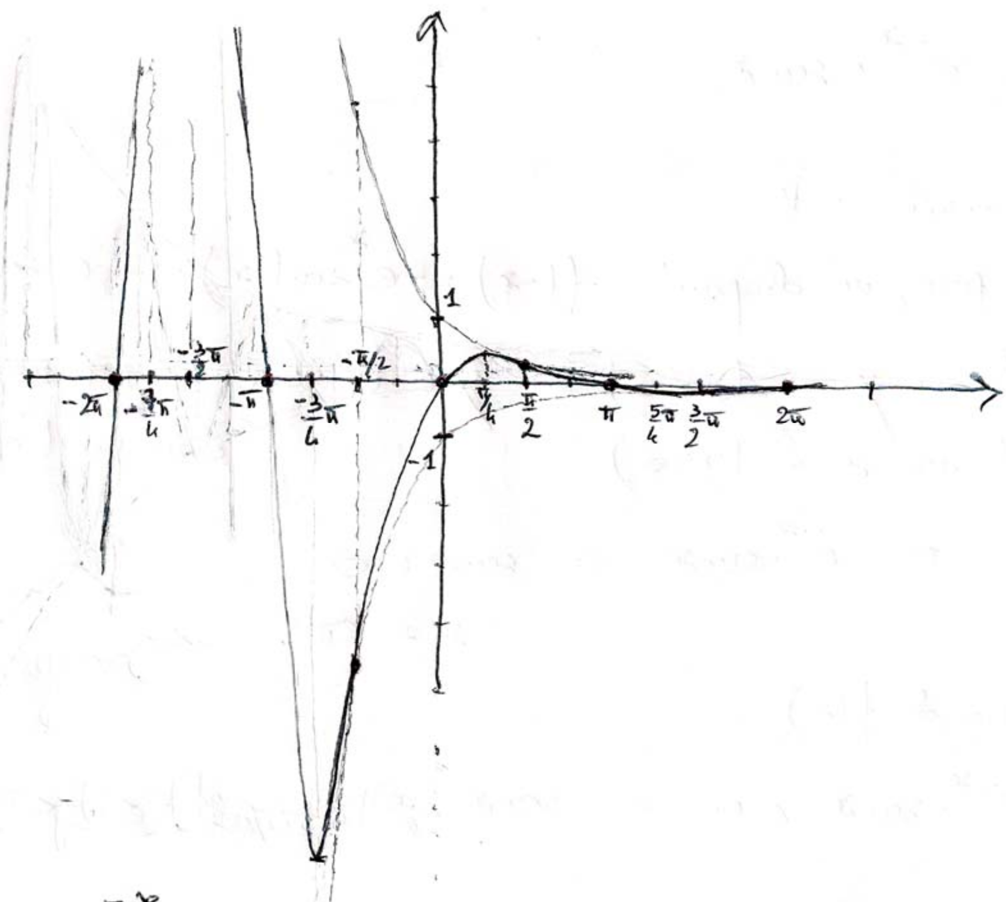
Possiamo osservare che $|e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x| = |e^{-x}| \cdot |\operatorname{sen} x| =$

$= e^{-x} \cdot |\operatorname{sen} x| \leq e^{-x} \Rightarrow \boxed{-e^{-x} \leq e^{-x} \operatorname{sen} x \leq e^{-x}}$

$\Rightarrow$ Il diagramma della funzione $e^{-x} \cdot \operatorname{sen} x$ si trova nella parte di piano delimitata dalle curve $y = e^{-x}$ e $y = -e^{-x}$.

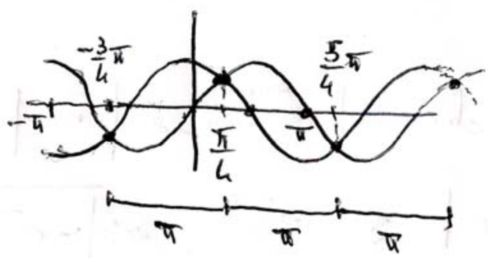
Nei pt in cui $\operatorname{sen} x = 1$ ovvero per $x = \pi/2 + 2k\pi$ raggiunge la curva $y = e^{-x}$; nei pt $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ raggiunge la curva $y = -e^{-x}$

(2



$$y' = -e^{-x}\operatorname{sen} x + e^{-x}\cos x = e^{-x}(\cos x - \operatorname{sen} x)$$

$$y' = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

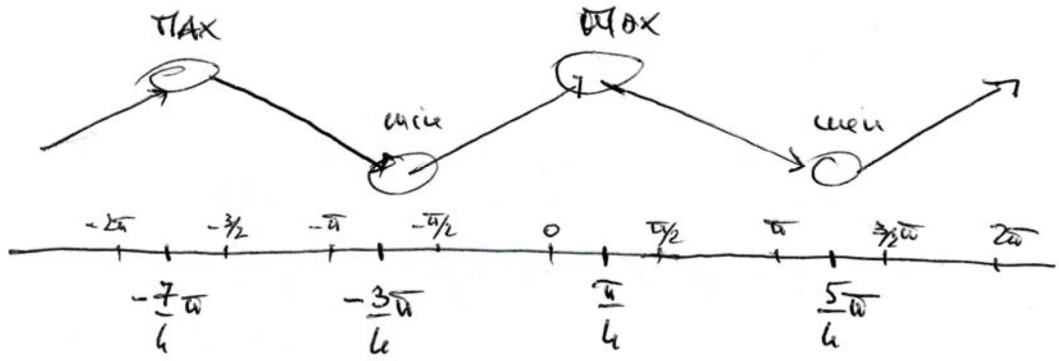


$$y' > 0 \Rightarrow \cos x > \operatorname{sen} x \Rightarrow 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$
$$\frac{5}{4}\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi$$

funz. crescente $\leftarrow$ opp: $-\frac{3}{4}\pi + 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

funz. decrescente per $\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{5}{4}\pi + 2k\pi$

3



per $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ si ha un max rel

$x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ si ha un min rel.

Concavità:

$$y'' = -e^{-x}(\cos x - \sin x) + e^{-x}(-\sin x - \cos x) =$$

$$= e^{-x}\left[-\cos x + \cancel{\sin x} - \cancel{\sin x} - \cos x\right] =$$

$$= -2e^{-x}\cos x$$

$y'' = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ pt di flesso

$y'' > 0 \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$

Conc. vs l'alto

Conc. vs il basso $\Rightarrow -\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$